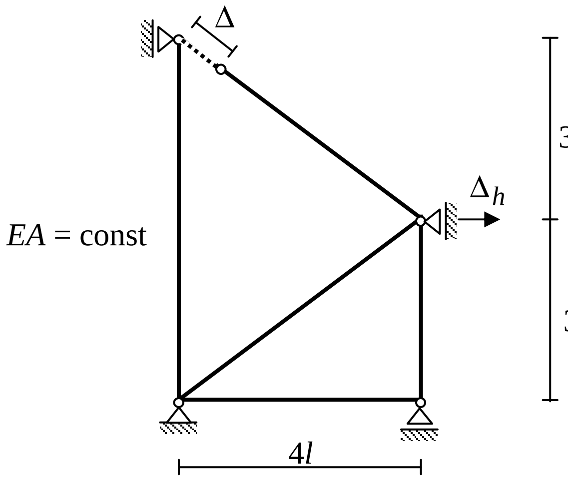
Przykład 6.3. Kratownica dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalna obciążona błędami montażowymi

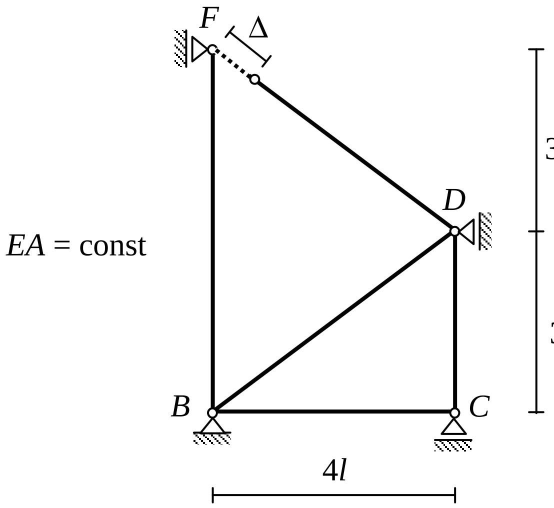
Polecenie: Wyznaczyć siły w prętach dla poniższej kratownicy korzystając z metody przemieszczeń



Rys. 1

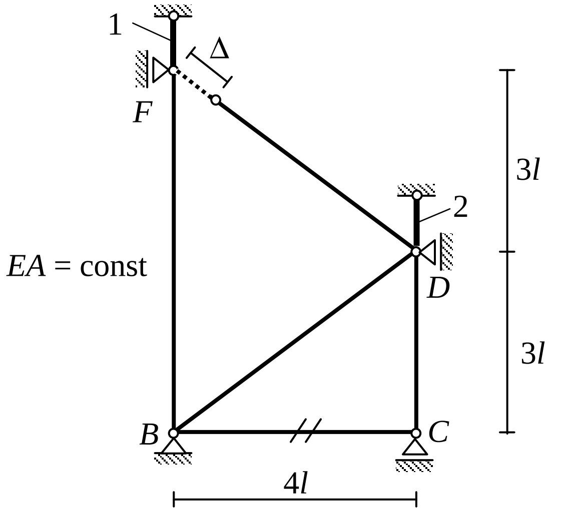
Ze względu na brak relacji między Δ i Δ_h należy te błędy montażowe rozpatrywać osobno. Wprowadzamy oznaczenia węzłów kratownicy.

Obciążenie błędem montażowym Δ
Górny krzyżulec układu kratowego jest w stosunku do długości zaprojektowanej o Δ za krótki.



Rys. 2

W powyższym układzie nieznane są składowe pionowe przemieszczenia węzła *D* i *F*. Reakcja podpory *C* i siła w pręcie *CD* mają kierunek pionowy. Z równania równowagi sumy rzutów sił na oś poziomą dla węzła *C* otrzymamy zerową wartość siły w pręcie *BC*. Oznacza to, że pręt *BC* nie zmieni swojej długości, a tym samym przemieszczenie poziome węzła *C* jest zerowe. Rozważana kratownica jest dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalna.
W celu stworzenia układu geometrycznie wyznaczalnego wprowadzamy fikcyjne więzy w postaci nieodkształcalnych prętów, uniemożliwiających wystąpienie pionowych przemieszczeń węzłów *F* i *D*. Więz blokujący możliwość przemieszczenia punktu *F* w kierunku pionowym oznaczamy „1”, a dla więzu w węźle *D* wprowadzamy oznaczenie „2”.



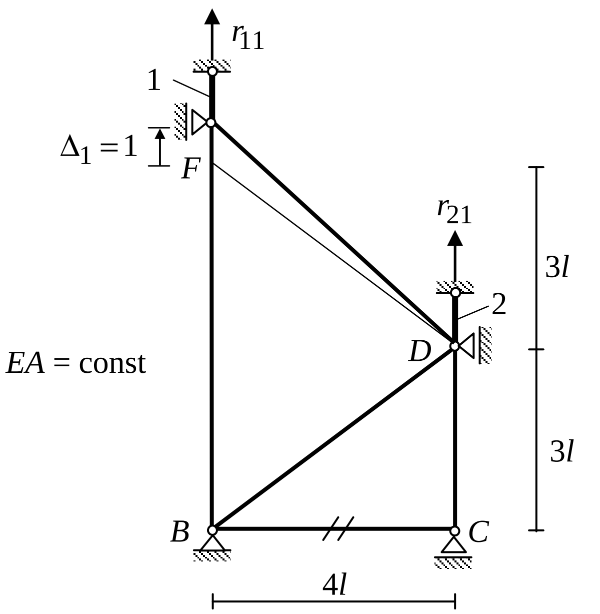
Rys. 3

Wyznaczamy długości prętów *BD* i *DF*. Z wymiarów układu wynika, że są sobie równe.

$$l_{BD} = l_{DF} = \sqrt{(4l)^2 + (3l)^2} = \sqrt{25}\, l = 5\, l$$

Przystępujemy do rozpatrywania kolejnych stanów.

Stan $\Delta_1 = 1$



Rys. 4

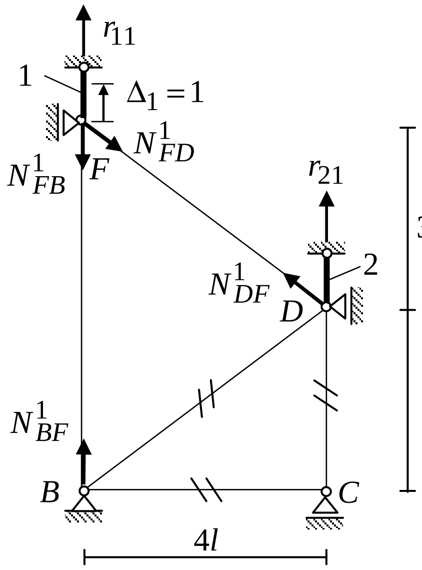
Przemieszczenie $\Delta_1 = 1$ ma kierunek pionowy. Oś pręta *DF* z kierunkiem pionowym tworzy kąt, którego cosinus wynosi $3/5$, natomiast oś pręta *BF* jest pionowa. Rzut przemieszczenia $\Delta_1 = 1$ na oś pręta *DF* wynosi $3/5$, a na oś pręta *BF* jest równy 1. Pręty *BC*, *BD* i *CD* nie zmienią swojej długości. Pręty *BF* i *DF* ulegną wydłużeniu. W poniższych zależnościach górny indeks oznacza, dla którego stanu wyznaczone są wielkości wydłużeń i sił normalnych.

$$\Delta l_{BC}^1 = \Delta l_{BD}^1 = \Delta l_{CD}^1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{BC}^1 = N_{CB}^1 = N_{BD}^1 = N_{DB}^1 = N_{DC}^1 = N_{CD}^1 = 0$$

$$\Delta l_{BF}^1 = \Delta_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad N_{BF}^1 = N_{FB}^1 = \frac{\Delta l_{BF}^1 \cdot EA}{6l} = \frac{1 \cdot EA}{6l} = \frac{1}{6} \cdot \frac{EA}{l}$$

$$\Delta l_{DF}^{1} = \Delta_1 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad N_{DF}^{1} = N_{DF}^{1} = \frac{\Delta l_{DF}^{1} \cdot EA}{5l} = \frac{\frac{3}{5} \cdot EA}{5l} = \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}$$

W celu wyznaczenia reakcji r_{11} zapiszemy równanie rzutów sił na oś pionową dla węzła *F*, a do obliczenia reakcji r_{21} wykorzystamy analogiczne równanie dla węzła *D*.



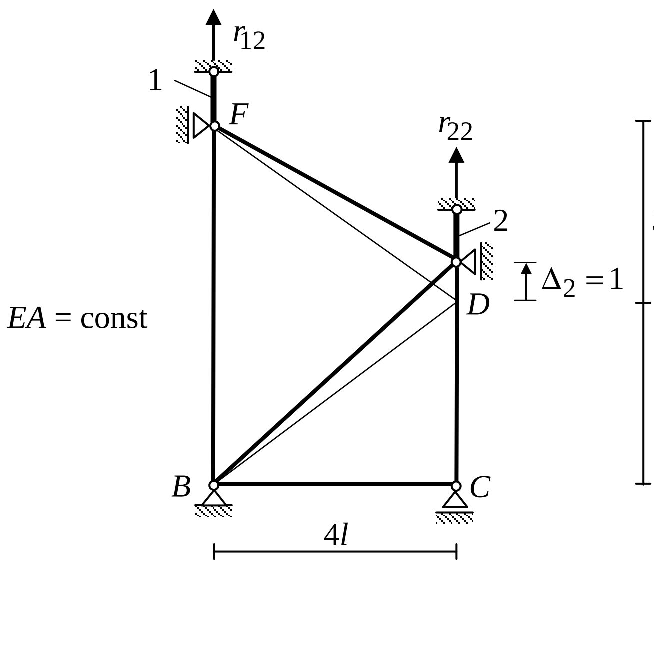
Rys. 5

$$\sum_i P_{iy}^{F} = 0: \quad -N_{FB}^{1} - N_{FD}^{1} \cdot \frac{3}{5} + r_{11} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{6} \cdot \frac{EA}{l} - \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \frac{3}{5} + r_{11} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad r_{11} = \left(\frac{1}{6} + \frac{9}{125} \right) \cdot \frac{EA}{l} \quad \Rightarrow \quad r_{11} = \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l}$$

$$\sum_i P_{iy}^{D} = 0: \quad N_{DF}^{1} \cdot \frac{3}{5} + r_{21} = 0 \quad \Rightarrow \quad = \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \frac{3}{5} + r_{21} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{21} = -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l}$$

Stan $\Delta_2 = 1$



Rys. 6

Przemieszczenie $\Delta_2 = 1$ ma kierunek pionowy. Osie prętów *BD* i *DF* z kierunkiem pionowym tworzą kąty, których cosinusy wynoszą $3/5$. Oś pręta *CD* jest pionowa. Rzut przemieszczenia $\Delta_2 = 1$ na oś pręta *CD* wynosi 1, a na osie prętów *BD* i *DF* jest równy $3/5$. Pręt *DF* ulegnie skróceniu. Pręty *BD* i *CD* wydłuży się. Pręty *BC* i *BF* nie zmienią długości. W poniższych zależnościach górny indeks oznacza, dla którego stanu wyznaczone są wielkości wydłużeń i sił normalnych.

$$\Delta l_{BC}^2 = 0 \cdot \Delta_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{BC}^2 = N_{CB}^2 = \frac{\Delta l_{BC}^2 \cdot EA}{3l} = \frac{0 \cdot EA}{3l} = 0$$

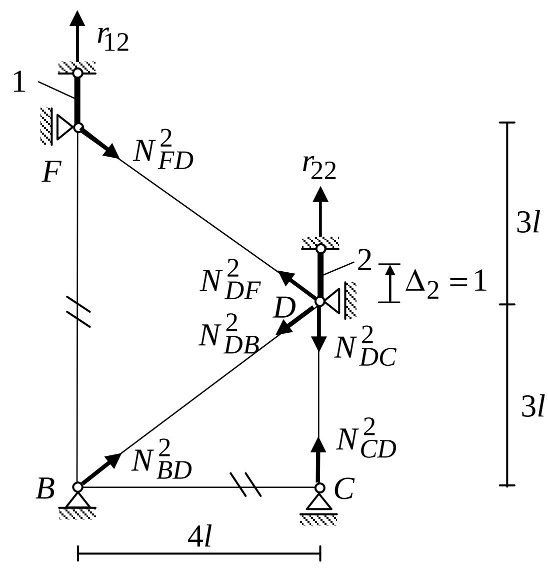
$$\Delta l_{BD}^2 = \Delta_2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad N_{BD}^2 = N_{DB}^2 = \frac{\Delta l_{BD}^2 \cdot EA}{5l} = \frac{\frac{3}{5} \cdot EA}{5l} = \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}$$

$$\Delta l_{BF}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{BC}^2 = N_{CB}^2 = \frac{\Delta l_{BF}^2 \cdot EA}{6l} = \frac{0 \cdot EA}{6l} = 0$$

$$\Delta l_{CD}^2 = \Delta_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad N_{CD}^2 = N_{DC}^2 = \frac{\Delta l_{CD}^2 \cdot EA}{3l} = \frac{1 \cdot EA}{3l} = \frac{1}{3} \cdot \frac{EA}{l}$$

$$\Delta l_{DF}^2 = -\Delta_2 \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad N_{DF}^2 = N_{FD}^2 = \frac{\Delta l_{DF}^2 \cdot EA}{5l} = \frac{-\frac{3}{5} \cdot EA}{5l} = -\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}$$

W celu wyznaczenia reakcji r_{12} zapiszemy równanie rzutów sił na oś pionową dla węzła *F*, a do obliczenia reakcji r_{22} wykorzystamy analogiczne równanie dla węzła *D*.



Rys. 7

$$\sum_i P_{iy}^F = 0: \quad -N_{FD}^2 \cdot \frac{3}{5} + r_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\left(-\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot \frac{3}{5} + r_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{12} = -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l}$$

$$\sum_i P_{iy}^D = 0: \quad N_{DF}^2 \cdot \frac{3}{5} - N_{DB}^2 \cdot \frac{3}{5} - N_{DC}^2 + r_{22} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(-\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{EA}{l} + r_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{22} = \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l}$$

Stan zerowy

W stanie zerowym pionowe przemieszczenia węzłów *D* i *F* są zerowe ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$). Wydłużenia prętów *BC*, *BD*, *BF* i *CD* układu są równe zero.

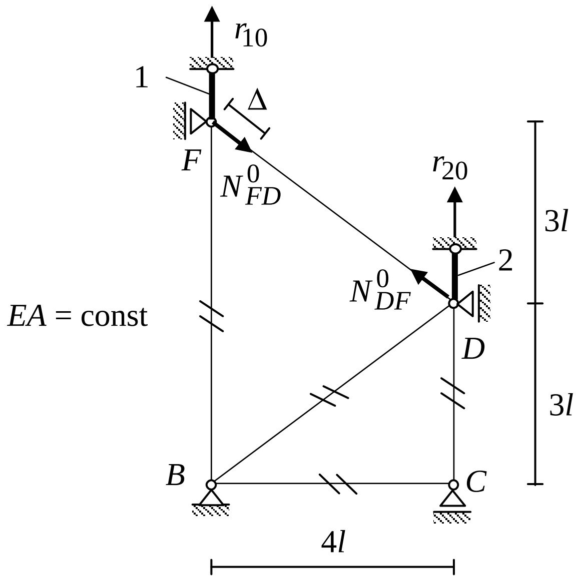
$$\Delta l_{BC}^0 = \Delta l_{BD}^0 = \Delta l_{BF}^0 = \Delta l_{CD}^0 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad N_{BC}^0 = N_{CB}^0 = N_{BD}^0 = N_{DB}^0 = N_{BF}^0 = N_{FB}^0 = N_{CD}^0 = N_{DC}^0 = 0$$

Pręt *DF* jest o Δ za krótki w stosunku do jego długości zaprojektowanej. Skoro węzły *D* i *F* w stanie zerowym nie doznają przemieszczeń, to na pręt *DF* musi działać siła N_{DF}^0. Wartość tej siły wyznaczamy sumując wydłużenie pręta *DF* wywołane działaniem siły N_{DF}^0 i błędu montażowego, a następnie ich sumę przyrównując do zera.

$$\frac{N_{DF}^0 \cdot 5l}{EA} - \Delta = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{DF}^0 = \frac{EA}{5l} \cdot \Delta$$

Ujemny znak przy Δ wynika z faktu, że pręt *DF* jest za krótki. Siła N_{DF}^0 ma wartość dodatnią, czyli pręt jest rozciągany. W przypadku pręta za długiego o Δ w powyższym równaniu zapisalibyśmy Δ ze znakiem dodatnim, otrzymując ujemną wartość siły N_{DF}^0. Wyznaczona wartość siły $N_{DF}^0 = N_{FD}^0$ umożliwia nam obliczenie reakcji r_{10} i r_{20} z równań rzutów sił na oś pionową dla węzłów *F* i *D*.



Rys. 8

$$\sum_i P_{iy}^F = 0: \quad -N_{FD}^0 \cdot \frac{3}{5} + r_{10} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{10} = N_{FD}^0 \cdot \frac{3}{5} = \frac{EA}{5l} \cdot \Delta \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

$$\sum_i P_{iy}^D = 0: \quad N_{DF}^0 \cdot \frac{3}{5} + r_{20} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{20} = -N_{DF}^0 \cdot \frac{3}{5} = -\frac{EA}{5l} \cdot \Delta \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

Układ równań metody przemieszczeń ma postać

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{10} \\ r_{20} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Po podstawieniu wyznaczonych reakcji więzów otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \\ -\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Do obliczenia niewiadomych możemy wykorzystać macierz odwrotną

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \\ \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \end{Bmatrix}$$

Wyznaczamy macierz odwrotną

$$\begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 4{,}3897 \cdot \frac{l}{EA} & 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} \\ 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} & 2{,}1948 \cdot \frac{l}{EA} \end{bmatrix}$$

Następnie wyznaczamy składowe pionowe przemieszczeń węzłów *F* i *D*

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}3897 \cdot \frac{l}{EA} & 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} \\ 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} & 2{,}1948 \cdot \frac{l}{EA} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \\ \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0{,}4473\,\Delta \\ 0{,}1839\,\Delta \end{Bmatrix}$$

Obliczamy siły w prętach kratownicy. W poniższym zapisie zastosowana jest zasada superpozycji.

$$N_{BC} = N_{CB} = N_{BC}^1 \cdot \Delta_1 + N_{BC}^2 \cdot \Delta_2 + N_{BC}^0 == 0 \cdot (-0{,}4473\Delta) + 0 \cdot 0{,}1839\Delta + 0 = 0$$

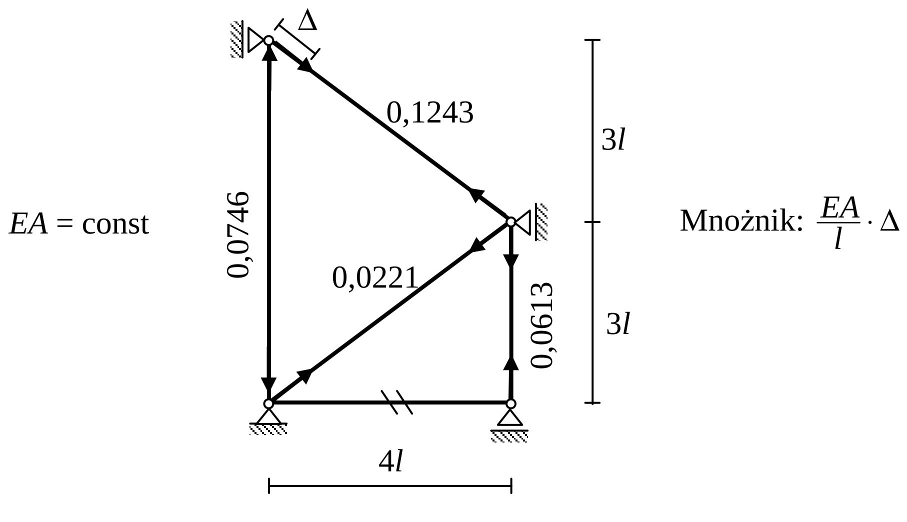
$$N_{BD} = N_{DB} = N_{BD}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{BD}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{BD}^{0} =$$
$$= 0 \cdot \left(-0{,}4473\Delta\right) + \left(\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot 0{,}1839\,\Delta + 0 = 0{,}0221\frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

$$N_{BF} = N_{FB} = N_{BF}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{BF}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{BF}^{0} =$$
$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \left(-0{,}4473\Delta\right) + 0 \cdot 0{,}1839\,\Delta + 0 = -0{,}0746\frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

$$N_{CD} = N_{DC} = N_{CD}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{CD}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{CD}^{0} =$$
$$= 0 \cdot \left(-0{,}4473\Delta\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{EA}{l} \cdot 0{,}1839\,\Delta + 0 = 0{,}0613\frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

$$N_{FD} = N_{DF} = N_{FD}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{FD}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{FD}^{0} =$$
$$= \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \left(-0{,}4473\Delta\right) + \left(-\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot 0{,}1839\,\Delta + \frac{1}{5} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta = 0{,}1243\frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

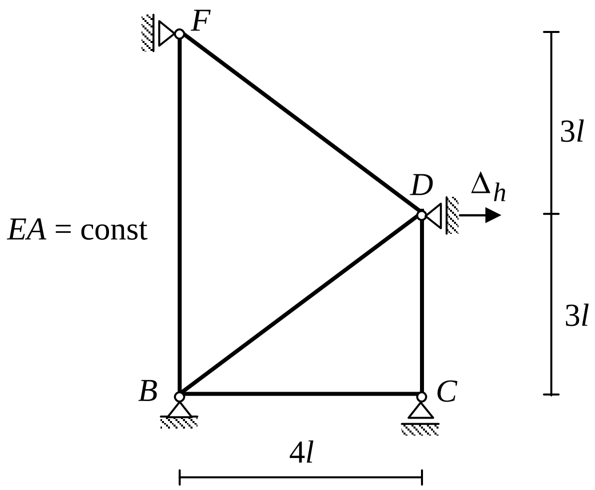
Na schemacie kratownicy zaznaczamy zwroty i wartości sił w prętach



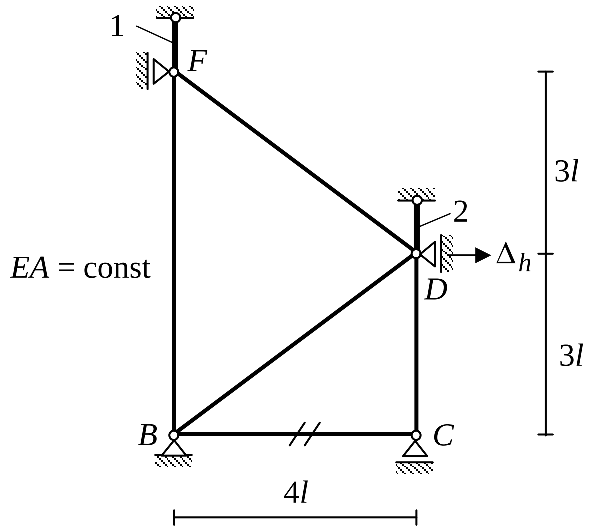
Rys. 9

Czytelnika zachęca się do wyznaczenia reakcji rzeczywistych podpór i wykorzystania tych wartości do sprawdzenia równowagi całego układu. Wspomniane równania powinny być spełnione tożsamościowo. Możemy w ten sposób kontrolować poprawność rozwiązania zadania.

Przystąpimy teraz do wyznaczenia sił w prętach kratownicy wywołanych obciążeniem błędem montażowym Δ_h występującym na podporze D (Rys. 10). Dolny indeks h wynika z poziomego (horyzontalnego) kierunku wektora Δ_h. Pozostawiamy wprowadzone wcześniej oznaczenia węzłów. Również układ geometrycznie wyznaczalny przyjmujemy ten sam (Rys. 11). Możemy wówczas skorzystać z wyznaczonej wcześniej macierzy sztywności i jej macierzy odwrotnej. W takim przypadku wystarczy obliczyć wyrazy wolne układu równań metody przemieszczeń dla nowego obciążenia.

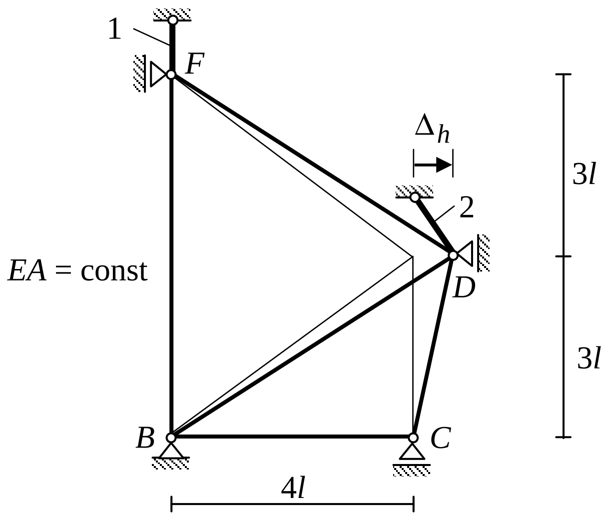


Rys. 10



Rys. 11

Stan zerowy
W stanie zerowym pionowe przemieszczenia pionowe węzłów D i F są zerowe: $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$.
Przemieszczenie poziome węzła D wynika z obciążenia błędem montażowym Δ_h.



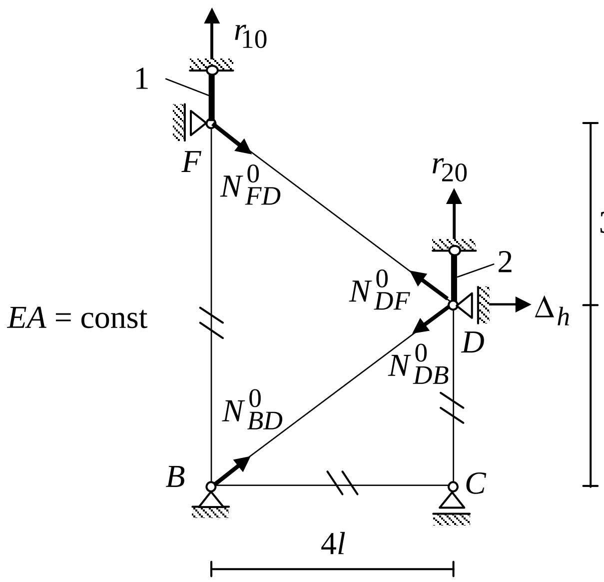
Rys. 12

Na węzeł podporowy C działa pionowa reakcja oraz siły w prętach: pionowym CD i poziomym BC. Z równania równowagi rzutów sił na oś poziomą dla węzła C otrzymujemy zerową wartość siły w pręcie BC. Oznacza to, że pręt BC nie wydłuża się, a węzeł C nie zmienia swojego położenia. Przemieszczenie Δ_h ma kierunek poziomy, który z osiami prętów BD i DF tworzy kąt o cosinusie równym $4/5$. Oś pręta CD jest pionowa, a więc z kierunkiem przemieszczenia Δ_h tworzy kąt prosty o zerowym cosinusie. Węzły B i F nie zmieniają swojego położenia, a więc pręt BF w stanie zerowym nie wydłuża się. Oznacza to, że wydłużenia prętów BC, BF i CD układu są równe zero.

$$\Delta l_{BC}^0 = \Delta l_{BF}^0 = \Delta l_{CD}^0 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{BC}^0 = N_{CB}^0 = N_{BF}^0 = N_{FB}^0 = N_{CD}^0 = N_{DC}^0 = 0$$

$$\Delta l_{BD}^0 = \Delta l_{DF}^0 = \frac{4}{5} \cdot \Delta_h \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad N_{BD}^0 = N_{DB}^0 = N_{DF}^0 = N_{FD}^0 = \Delta l_{BD}^0 \cdot \frac{EA}{5l} = \frac{4}{5} \cdot \Delta_h \cdot \frac{EA}{5l} = \frac{4}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h$$



Rys. 13

Wyznaczone wartości sił N_{DB}^0, N_{DF}^0 i N_{FD}^0 umożliwią nam obliczenie reakcji r_{10} i r_{20} z równań rzutów sił na oś pionową dla węzłów F i D.

$$\sum_i P_{iy}^F = 0: \quad -N_{FD}^0 \cdot \frac{3}{5} + r_{10} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{10} = N_{FD}^0 \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{125} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta$$

$$\sum_i P_{iy}^D = 0: \quad N_{DF}^0 \cdot \frac{3}{5} - N_{DB}^0 \cdot \frac{3}{5} + r_{20} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{20} = -N_{DF}^0 \cdot \frac{3}{5} + N_{DB}^0 \cdot \frac{3}{5} = \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad r_{20} = -\frac{4}{25} \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{25} \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \cdot \frac{3}{5} = -\frac{12}{125} \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h + \frac{12}{125} \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h = 0$$

Układ równań metody przemieszczeń ma postać

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{10} \\ r_{20} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Po podstawieniu wyznaczonych reakcji więzów otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{12}{125} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Do obliczenia niewiadomych możemy wykorzystać macierz odwrotną.

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{12}{125} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Wyznaczamy macierz odwrotną

$$\begin{bmatrix} \frac{179}{750} \cdot \frac{EA}{l} & -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} \\ -\frac{9}{125} \cdot \frac{EA}{l} & \frac{179}{375} \cdot \frac{EA}{l} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 4{,}3897 \cdot \frac{l}{EA} & 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} \\ 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} & 2{,}1948 \cdot \frac{l}{EA} \end{bmatrix}$$

Następnie wyznaczamy pionowe przemieszczenia węzłów *F* i *D*

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}3897 \cdot \frac{l}{EA} & 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} \\ 0{,}6621 \cdot \frac{l}{EA} & 2{,}1948 \cdot \frac{l}{EA} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{12}{125} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0{,}4214 \cdot \Delta_h \\ -0{,}0636 \cdot \Delta_h \end{Bmatrix}$$

Przystępujemy do wyznaczania sił w prętach kratownicy. W poniższym zapisie zastosowana jest zasada superpozycji.

$$N_{BC} = N_{CB} = N_{BC}^1 \cdot \Delta_1 + N_{BC}^2 \cdot \Delta_2 + N_{BC}^0 == 0 \cdot (-0{,}4214\Delta_h) + 0 \cdot (-0{,}0636\Delta_h) + 0 = 0$$

$$N_{BD} = N_{DB} = N_{BD}^1 \cdot \Delta_1 + N_{BD}^2 \cdot \Delta_2 + N_{BD}^0 =$$
$$= 0 \cdot (-0{,}4214\,\Delta_h) + \left(\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot (-0{,}0636\,\Delta_h) + \frac{4}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h = 0{,}1524 \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h$$

$$N_{BF} = N_{FB} = N_{BF}^1 \cdot \Delta_1 + N_{BF}^2 \cdot \Delta_2 + N_{BF}^0 =$$
$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{EA}{l} \cdot (-0{,}4214\,\Delta_h) + 0 \cdot (-0{,}0636\,\Delta_h) + 0 = -0{,}0702 \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h$$

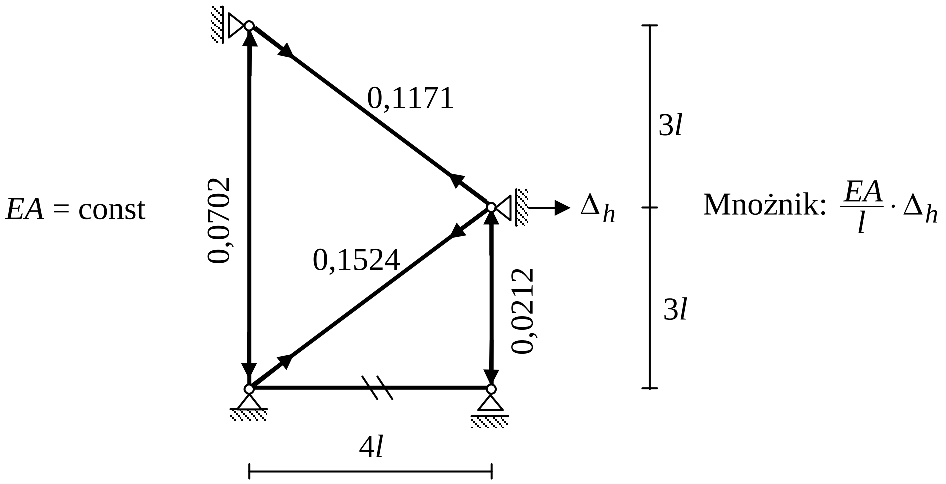
$$N_{CD} = N_{DC} = N_{CD}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{CD}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{CD}^{0} =$$

$$= 0 \cdot \left(-0{,}4214\,\Delta_h\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \left(-0{,}0636\,\Delta_h\right) + 0 = -0{,}0212\,\frac{EA}{l} \cdot \Delta_h$$

$$N_{FD} = N_{DF} = N_{FD}^{1} \cdot \Delta_1 + N_{FD}^{2} \cdot \Delta_2 + N_{FD}^{0} =$$

$$= \frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \left(-0{,}4214\,\Delta_h\right) + \left(-\frac{3}{25} \cdot \frac{EA}{l}\right) \cdot \left(-0{,}0636\,\Delta_h\right) + \frac{4}{25} \cdot \frac{EA}{l} \cdot \Delta_h = 0{,}1171\frac{EA}{l} \cdot \Delta_h$$

Na schemacie kratownicy zaznaczamy zwroty i wartości sił w prętach.



Rys. 14

Ponownie zachęca się Czytelnika do wykonania sprawdzenia poprawności rozwiązania zadania. W tym celu należy wyznaczyć reakcje rzeczywistych podpór i sprawdzić równowagę całego układu. Wspomniane równania powinny być spełnione tożsamościowo.