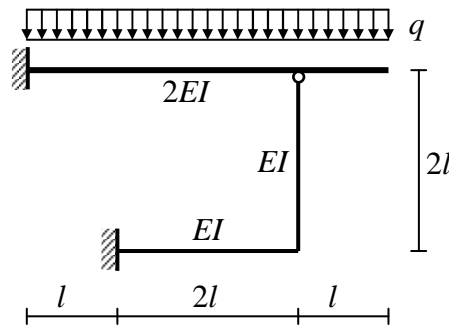


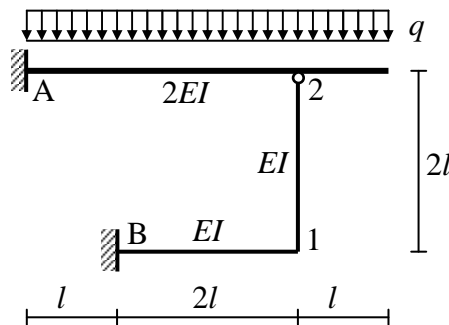
Przykład 9.3. Rama z przewieszonym wspornikiem

Polecenie: Sporządzić wykresy sił przekrojowych dla poniższej ramy korzystając z metody przemieszczeń



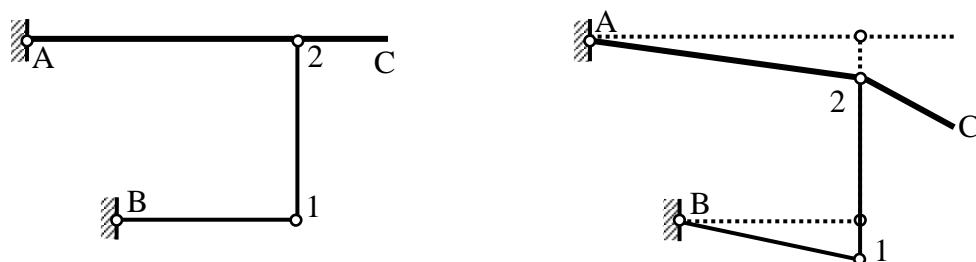
Rys. 1

Wprowadzamy oznaczenia podpór, połączenia przegubowego, węzła sztywnego oraz prawego końca górnego ryglu ramy.



Rys. 2

W celu wyznaczenie stopnia geometrycznej niewyznaczalności musimy określić liczbę stopni swobody łańcucha kinematycznego, utworzonego z rozpatrywanej ramy. Wprowadzamy połączenia przegubowe w miejsce węzłów sztywnych i w utwierdzeniach. W punkcie 2 występuje nie tylko połączenie przegubowe górnego ryglu ze słupkiem, ale również węzeł sztywny, łączący pręty A2 z 2C.



Rys. 3

Liczbę stopni swobody łańcucha kinematycznego możemy wyznaczyć ze wzoru

$$l_s = 3 \cdot t - w_w - w_z$$

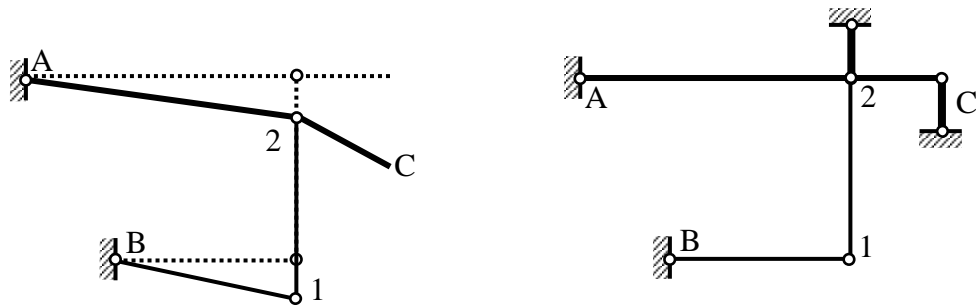
gdzie:

- t - liczba tarcz (prętów),
- w_w - liczba więzów wewnętrznych,
- w_z - liczba więzów zewnętrznych.

$$l_s = 3 \cdot 4 - (1 \cdot 4 + 1 \cdot 2) - (2 \cdot 2) = 12 - 6 - 4 = 2$$

Liczba więzów wewnętrznych jest równa liczbie oddziaływań w połączeniach podukładów, natomiast liczba więzów zewnętrznych jest równa liczbie reakcji podporowych.

Liczba stopni swobody łańcucha kinematycznego odpowiada liczbie niezależnych przesuwno rozpatrywanej ramy. Z planu przemieszczeń na rysunku 4 wynika, że przemieszczeń pionowych doznały trzy węzły: 1, 2 i C. W celu unieruchomienia węzłów 1 i 2 wystarczy wprowadzić jeden więz. Drugi więz blokuje możliwość przesuwu punktu C.

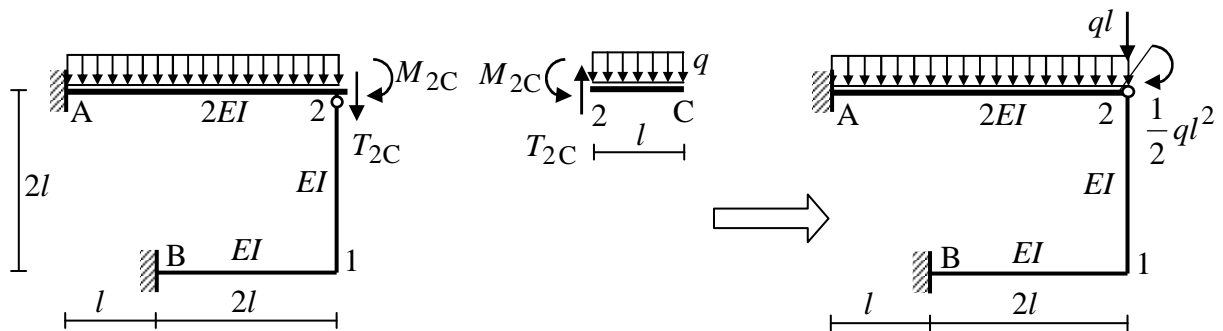


Rys. 4

Stopień geometrycznej niewyznaczalności układu n_g obliczamy jako sumę liczby węzłów, które mogą doznać obrotu oraz liczby niezależnych przesuwno.

$$n_g = 2 + 2 = 4$$

Zauważmy, że prawa część górnego rygla jest statycznie wyznaczalna. W celu zmniejszenia liczby niewiadomych geometrycznych wykonamy przekrój przez górny rygiel po prawej stronie połączenia przegubowego 2. W przekroju zaznaczamy oddziaływanie. Wyznaczamy je z równań równowagi dla prawej części (2C). Oddziaływanie poziome ma wartość zero.

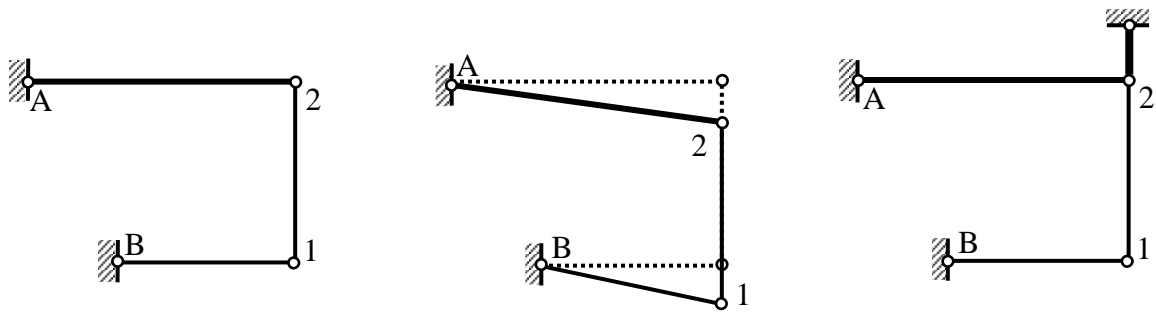


Rys. 5

$$\sum_i P_{iy}^{2C} = 0 \Rightarrow T_{2C} - q \cdot l = 0 \Rightarrow T_{2C} = ql$$

$$\sum_i M_{i2}^{2C} = 0 \Rightarrow M_{2C} - ql \cdot \frac{1}{2}l = 0 \Rightarrow M_{2C} = \frac{1}{2}ql^2$$

Po wyznaczeniu oddziaływań przykładamy je traktując jako obciążenie zewnętrzne. Należy pamiętać, że moment skupiony M_{2C} działa na pręt A2 nieskończenie blisko przegubu 2. Zauważmy, że w ramie znajdującej się po prawej stronie na rysunku 5 występuje już tylko jeden węzeł, który może doznać obrotu. Następnie ponownie określamy liczbę niezależnych przesuwno. Tworzymy łańcuch kinematyczny dla zmodyfikowanej ramy.



Rys. 6

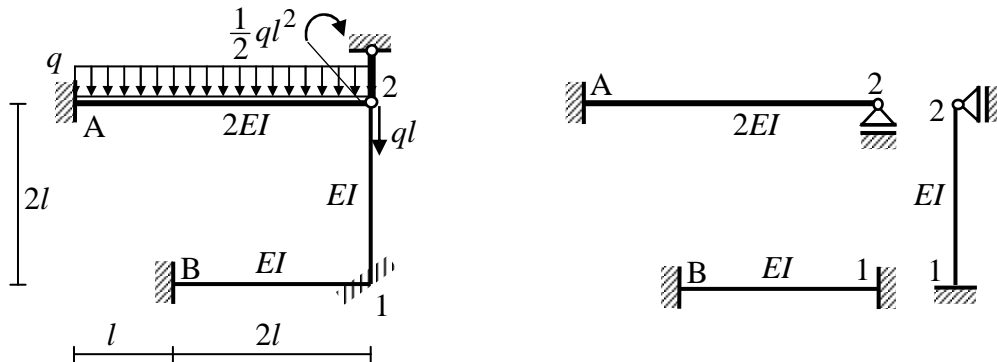
$$l_s = 3 \cdot t - w_w - w_z = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 1$$

Wprowadzenie jednego więzu powoduje, że łańcuch kinematyczny staje się układem geometrycznie niezmiennym.

Stopień geometrycznej niewyznaczalności układu n_g obliczamy jako sumę liczby węzłów, które mogą doznać obrotu oraz liczby niezależnych przesuwnów.

$$n_g = 1 + 1 = 2$$

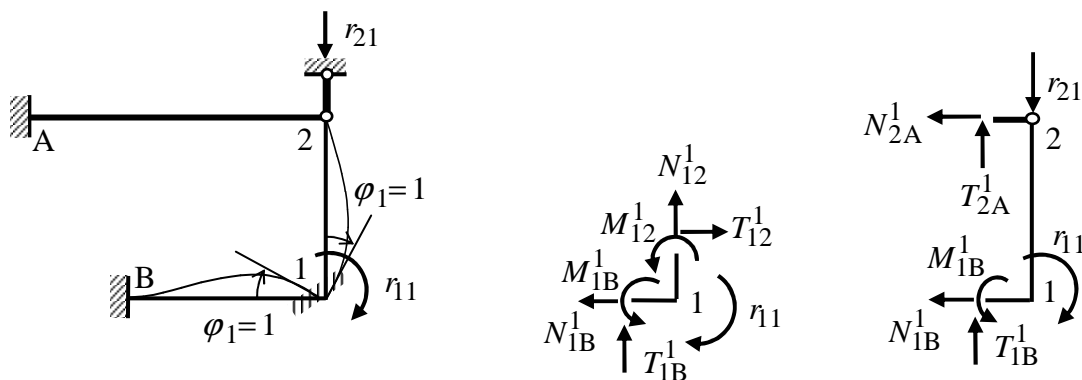
Utworzymy układ geometrycznie wyznaczalny, w którym kąt obrotu węzła 1 oraz przemieszczenie pionowe węzła przegubowego 2 mają zerowe wartości. Osiągniemy to dzięki wprowadzeniu fikcyjnych więzów blokujących wymienione uogólnione przemieszczenia węzłów. Na podstawie układu geometrycznie wyznaczalnego ustalamy schematy dla poszczególnych prętów ramy.



Rys. 7

Stan $\varphi_1 = 1$

Obracamy węzeł 1 o kąt $\varphi_1 = 1$ zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, a następnie blokujemy fikcyjnym więzem.



Rys. 8

W fikcyjnym więzie, blokującym obrót węzła 1 powstaje reakcja r_{11} , natomiast w więzie blokującym przemieszczenie pionowe węzła 2 powstaje reakcja r_{21} .

W przekrojach przywęzłowych 1B i 12 powstają momenty gnące, siły tnące i normalne. Wartości momentów i sił tnących wyznaczamy ze wzorów transformacyjnych. Z równania sumy momentów dla węzła 1 wyznaczamy reakcję r_{11} , a z sumy rzutów na oś pionową dla pręta 12 reakcję r_{21} .

$$M_{1B}^1 = \frac{2 \cdot EI}{2l} (2\varphi_1^1 + \varphi_B^1 - 3\psi_{1B}^1) = \frac{EI}{l} (2 \cdot 1 + 0 - 3 \cdot 0) = \frac{2EI}{l}$$

$$M_{B1}^1 = \frac{2 \cdot EI}{2l} (2\varphi_B^1 + \varphi_1^1 - 3\psi_{1B}^1) = \frac{EI}{l} (2 \cdot 0 + 1 - 3 \cdot 0) = \frac{EI}{l}$$

$$T_{1B}^1 = T_{B1}^1 = -\frac{6EI}{(2l)^2} (\varphi_B^1 + \varphi_1^1 - 2\psi_{1B}^1) = -\frac{6EI}{4l^2} (0 + 1 - 2 \cdot 0) = -\frac{3EI}{2l^2}$$

$$M_{12}^1 = \frac{3EI}{2l} (\varphi_1^1 - \psi_{12}^1) = \frac{3EI}{2l} (1 - 0) = \frac{3EI}{2l}$$

$$T_{12}^1 = T_{21}^1 = -\frac{3EI}{(2l)^2} (\varphi_1^1 - \psi_{12}^1) = -\frac{3EI}{4l^2} (1 - 0) = -\frac{3EI}{4l^2}$$

$$M_{A2}^1 = \frac{3 \cdot 2EI}{3l} (\varphi_A^1 - \psi_{A2}^1) = \frac{2EI}{l} (0 - 0) = 0$$

$$T_{A2}^1 = T_{2A}^1 = -\frac{3 \cdot 2EI}{(3l)^2} (\varphi_A^1 - \psi_{A2}^1) = -\frac{2EI}{3l^2} (0 - 0) = 0$$

$$\sum_i M_{i1}^1 = 0: \quad M_{1B}^1 + M_{12}^1 - r_{11} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{11} = M_{1B}^1 + M_{12}^1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{11} = \frac{EI}{l} \left(2 + \frac{3}{2} \right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{EI}{l}$$

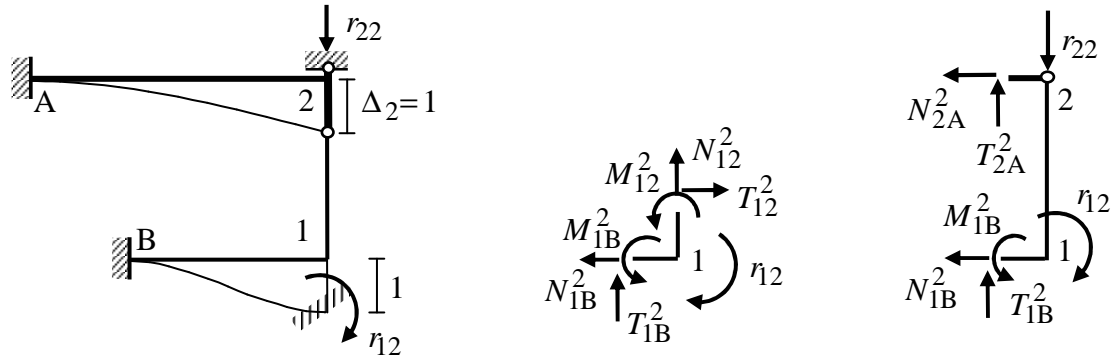
$$\sum_i P_{iy12}^1 = 0: \quad T_{1B}^1 + T_{2A}^1 - r_{21} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{21} = T_{1B}^1 + T_{2A}^1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{21} = \frac{EI}{l^2} \left(-\frac{3}{2} + 0 \right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2}$$

Zauważmy, że reakcja r_{11} ma wartość dodatnią. Wynika to z faktu, że zwroty kąta $\varphi_1 = 1$ oraz reakcji r_{11} przyjęto takie same. Na rysunku 6 przemieszczeniu pionowemu węzła 2 nadano zwrot do dołu. Takim samym zwrotem opatrzono reakcję drugiego więzu. Z tego powodu w stanie $\Delta_2 = 1$ należy spodziewać się dodatniej wartości reakcji r_{22} . Macierz sztywności na głównej przekątnej ma wyrazy dodatnie.

Stan $\Delta_2 = 1$

Przemieszczamy węzeł 2 o $\Delta_2 = 1$ ze zwrotem ku dołowi, a następnie blokujemy fikcyjnym więzem. W fikcyjnym więzie, blokującym obrót węzła 1 powstaje reakcja r_{12} , natomiast w więzie blokującym przemieszczenie pionowe węzła 2 powstaje reakcja r_{22} .



Rys. 9

W przekrojach przywęzłowych 1B i 2A powstają momenty gnące i siły tnące. Wartości momentów i sił tnących wyznaczamy ze wzorów transformacyjnych. Z równania sumy momentów dla węzła 1 wyznaczamy reakcję r_{12} , a z sumy rzutów na oś pionową dla pręta 12 reakcję r_{22} .

$$M_{1B}^2 = \frac{2 \cdot EI}{2l} (2\varphi_1^2 + \varphi_B^2 - 3\psi_{1B}^2) = \frac{EI}{l} \left(2 \cdot 0 + 0 - 3 \cdot \frac{1}{2l} \right) = -\frac{3EI}{2l^2}$$

$$M_{B1}^2 = \frac{2 \cdot EI}{2l} (2\varphi_B^2 + \varphi_1^2 - 3\psi_{1B}^1) = \frac{EI}{l} \left(2 \cdot 0 + 0 - 3 \cdot \frac{1}{2l} \right) = -\frac{3EI}{2l^2}$$

$$T_{1B}^2 = T_{B1}^2 = -\frac{6EI}{(2l)^2} (\varphi_B^1 + \varphi_1^1 - 2\psi_{1B}^1) = -\frac{6EI}{4l^2} \left(0 + 0 - 2 \cdot \frac{1}{2l} \right) = \frac{3EI}{2l^3}$$

$$M_{12}^2 = \frac{3EI}{2l} (\varphi_1^2 - \psi_{12}^2) = \frac{3EI}{2l} (0 - 0) = 0$$

$$T_{12}^2 = T_{21}^2 = -\frac{3EI}{(2l)^2} (\varphi_1^2 - \psi_{12}^2) = -\frac{3EI}{4l^2} (0 - 0) = 0$$

$$M_{A2}^2 = \frac{3 \cdot 2EI}{3l} (\varphi_A^2 - \psi_{A2}^2) = \frac{6EI}{3l} \left(0 - \frac{1}{3l} \right) = -\frac{2EI}{3l^2}$$

$$T_{A2}^2 = T_{2A}^2 = -\frac{3 \cdot 2EI}{(3l)^2} (\varphi_A^2 - \psi_{A2}^2) = -\frac{6EI}{9l^2} \left(0 - \frac{1}{3l} \right) = \frac{2EI}{9l^3}$$

$$\sum_i M_{i1}^2 = 0: \quad M_{1B}^2 + M_{12}^2 - r_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{12} = M_{1B}^2 + M_{12}^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{12} = \frac{EI}{l^2} \left(-\frac{3}{2} + 0 \right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2}$$

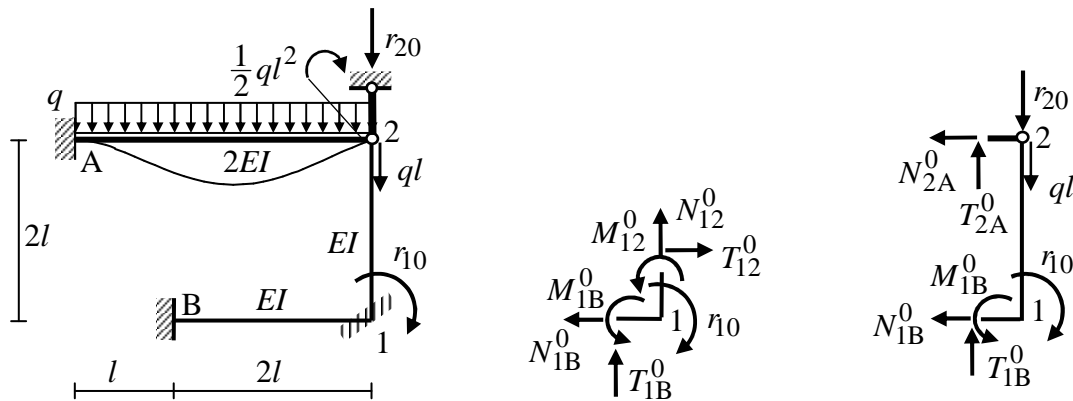
$$\sum_i P_{iy12}^2 = 0: \quad T_{1B}^2 + T_{2A}^2 - r_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{22} = T_{1B}^2 + T_{2A}^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{22} = \frac{EI}{l^3} \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{9} \right) = \frac{31}{18} \cdot \frac{EI}{l^3}$$

Zauważmy, że reakcja r_{22} jest dodatnia oraz r_{12} jest równa r_{21} .

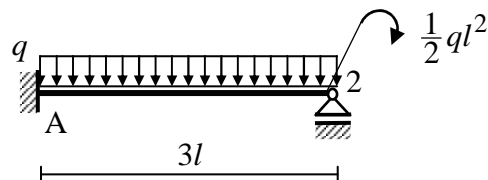
Stan zerowy

Układ geometrycznie wyznaczalny obciążamy obciążeniem zewnętrznym.



Rys. 10

Na pręty 1B i 12 nie działa obciążenie zewnętrzne. Tylko pręt A2 jest obciążony.



Rys. 11

Wyznaczając moment i siły tnące wyjściowe korzystamy z zasady superpozycji.

$$M_{A2}^0 = -\frac{1}{8}q \cdot (3l)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}ql^2 = -\frac{7}{8}ql^2$$

$$T_{A2}^0 = \frac{5}{8}q \cdot (3l) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{ql^2}{3l} = \frac{13}{8}ql$$

$$T_{2A}^0 = -\frac{3}{8}q \cdot (3l) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{ql^2}{3l} = -\frac{11}{8}ql$$

$$M_{B1}^0 = M_{1B}^0 = 0, \quad T_{1B}^0 = T_{B1}^0 = 0$$

$$M_{12}^0 = 0, \quad T_{12}^0 = T_{21}^0 = 0$$

$$\sum_i M_{i1}^0 = 0: \quad M_{1B}^0 + M_{12}^0 - r_{10} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{10} = 0$$

$$\sum_i P_{iy12}^0 = 0: \quad T_{1B}^0 + T_{2A}^0 + ql - r_{20} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_{20} = T_{1B}^0 + T_{2A}^0 - ql \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_{20} = 0 + \left(-\frac{11}{8}ql\right) - ql \quad \Rightarrow \quad r_{20} = -\frac{19}{8}ql$$

Korzystając z zasady superpozycji otrzymamy układ równań metody przemieszczeń

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{10} \\ r_{20} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Po podstawieniu wyznaczonych wartości reakcji fikcyjnych podpór dostajemy

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{2} \cdot \frac{EI}{l} & -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2} \\ -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2} & \frac{31}{18} \cdot \frac{EI}{l^3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{19}{8} ql \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Rozwiązanie powyższego układu równań ma postać

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} -r_{10} \\ -r_{20} \end{Bmatrix}$$

Wyznaczamy macierz odwrotną macierzy sztywności

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{2} \cdot \frac{EI}{l} & -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2} \\ -\frac{3}{2} \cdot \frac{EI}{l^2} & \frac{31}{18} \cdot \frac{EI}{l^3} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{31}{68} \cdot \frac{l}{EI} & \frac{27}{68} \cdot \frac{l^2}{EI} \\ \frac{27}{68} \cdot \frac{l^2}{EI} & \frac{63}{68} \cdot \frac{l^3}{EI} \end{bmatrix}$$

Otrzymujemy następujące rozwiązanie

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{31}{68} \cdot \frac{l}{EI} & \frac{27}{68} \cdot \frac{l^2}{EI} \\ \frac{27}{68} \cdot \frac{l^2}{EI} & \frac{63}{68} \cdot \frac{l^3}{EI} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0 \\ -\left(-\frac{19}{8} ql\right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI} \\ \frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI} \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} 0,9430 \cdot \frac{ql^3}{EI} \\ 2,2004 \cdot \frac{ql^4}{EI} \end{Bmatrix}$$

W odróżnieniu od sposobu wyznaczenia wykresów sił przekrojowych w Przykładzie 9.1 i Przykładzie 9.2, wykresy momentów gnących i sił tnących dla rozpatrywanego zadania zostaną wykonane po uprzednim wyznaczeniu wartości sił przekrojowych, bez konieczności sporządzania wykresów w kolejnych stanach. Wykorzystamy w tym celu wzory transformacyjne oraz wzory na momenty i siły tnące wyjściowe.

$$\begin{aligned} M_{A2} &= \frac{3 \cdot 2EI}{3l} (\varphi_A - \psi_{A2}) + M_{A2}^0 = \frac{2EI}{l} \left(0 - \frac{\Delta_2}{3l}\right) - \frac{7}{8} ql^2 = \frac{2EI}{3l^2} \left(-\frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) - \frac{7}{8} ql^2 = \\ &= -\frac{637}{272} ql^2 \cong -2,3419 ql^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{A2} &= -\frac{3 \cdot 2EI}{(3l)^2} (\varphi_A - \psi_{A2}) + \frac{13}{8} ql = -\frac{2EI}{3l^2} \left(0 - \frac{\Delta_2}{3l}\right) + \frac{13}{8} ql = -\frac{2EI}{9l^3} (-\Delta_2) + \frac{13}{8} ql = \\ &= -\frac{2EI}{9l^3} \left(-\frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) + \frac{13}{8} ql = \frac{133}{272} ql + \frac{13}{8} ql = \frac{575}{272} ql \cong 2,1140 ql \end{aligned}$$

$$T_{2A} = -\frac{3 \cdot 2EI}{(3l)^2}(\varphi_A - \psi_{A2}) - \frac{11}{8}ql = -\frac{2EI}{3l^2}\left(0 - \frac{\Delta_2}{3l}\right) - \frac{11}{8}ql = -\frac{2EI}{9l^3}(-\Delta_2) - \frac{11}{8}ql =$$

$$= -\frac{2EI}{9l^3}\left(-\frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) - \frac{11}{8}ql = \frac{133}{272}ql - \frac{11}{8}ql = -\frac{241}{272}ql \cong -0,8860ql$$

$$M_{B1} = \frac{2 \cdot EI}{2l}(2\varphi_B + \varphi_1 - 3\psi_{1B}) + M_{B1}^0 = \frac{EI}{l}\left(2 \cdot 0 + \varphi_1 - 3 \cdot \frac{\Delta_2}{2l}\right) + 0 =$$

$$= \frac{EI}{l}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI} - \frac{3}{2l} \cdot \frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) = -\frac{2565}{1088}ql^2 \cong -2,3575ql^2$$

$$M_{1B} = \frac{2 \cdot EI}{2l}(2\varphi_1 + \varphi_B - 3\psi_{1B}) + M_{1B}^0 = \frac{EI}{l}\left(2 \cdot \varphi_1 + 0 - 3 \cdot \frac{\Delta_2}{2l}\right) + 0 =$$

$$= \frac{EI}{l}\left(2 \cdot \frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI} + 0 - \frac{3}{2l} \cdot \frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) + 0 = -\frac{1539}{1088}ql^2 \cong -1,4145ql^2$$

$$T_{B1} = -\frac{6EI}{(2l)^2}(\varphi_B + \varphi_1 - 2\psi_{1B}) + T_{B1}^0 = -\frac{6EI}{4l^2}\left(0 + \varphi_1 - 2 \cdot \frac{\Delta_2}{2l}\right) + 0 = -\frac{6EI}{4l^2}\left(\varphi_1 - \frac{1}{l} \cdot \Delta_2\right) =$$

$$= -\frac{3EI}{2l^2}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI} - \frac{1}{l} \cdot \frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) = \frac{513}{272}ql \cong 1,8860ql$$

$$T_{1B} = -\frac{6EI}{(2l)^2}(\varphi_1 + \varphi_B - 2\psi_{1B}) + T_{1B}^0 = -\frac{6EI}{4l^2}\left(\varphi_1 + 0 - 2 \cdot \frac{\Delta_2}{2l}\right) + 0 = -\frac{6EI}{4l^2}\left(\varphi_1 - \frac{1}{l} \cdot \Delta_2\right) =$$

$$= -\frac{3EI}{2l^2}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI} - \frac{1}{l} \cdot \frac{1197}{544} \cdot \frac{ql^4}{EI}\right) = \frac{513}{272}ql \cong 1,8860ql = T_{B1}$$

$$M_{12} = \frac{3 \cdot EI}{2l}(\varphi_1 - \psi_{12}) + M_{12}^0 = \frac{3EI}{2l}(\varphi_1 - 0) + 0 = \frac{3EI}{2l}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI}\right) = \frac{1539}{1088}ql^2 \cong 1,4145ql^2$$

$$T_{12} = -\frac{3 \cdot EI}{(2l)^2}(\varphi_1 - \psi_{12}) + T_{12}^0 = -\frac{3EI}{(2l)^2}(\varphi_1 - 0) + 0 = -\frac{3EI}{4l^2}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI}\right) = -\frac{1539}{2176}ql \cong$$

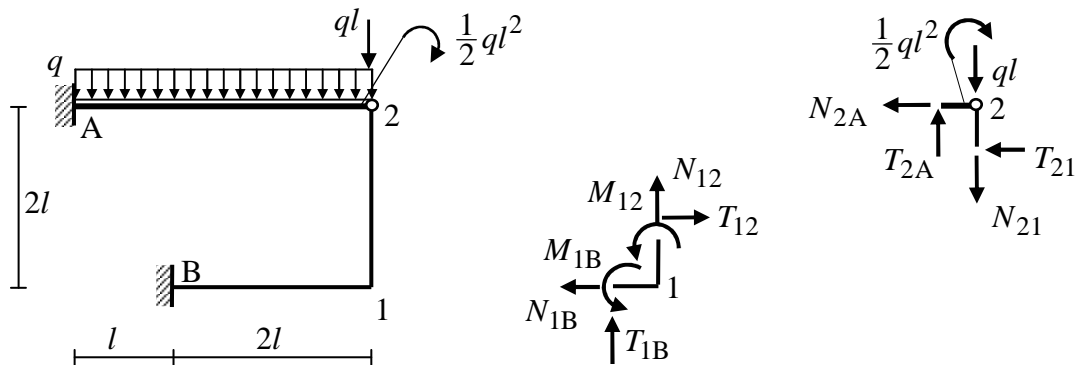
$$\cong -0,7073ql$$

$$T_{21} = -\frac{3 \cdot EI}{(2l)^2}(\varphi_1 - \psi_{12}) + T_{21}^0 = -\frac{3EI}{(2l)^2}(\varphi_1 - 0) + 0 = -\frac{3EI}{4l^2}\left(\frac{513}{544} \cdot \frac{ql^3}{EI}\right) = -\frac{1539}{2176}ql \cong$$

$$\cong -0,7073ql = T_{12}$$

Ze względu na brak obciążenia zewnętrznego działającego na pręty 1B i 12 możemy w każdym z tych przedziałów wyznaczyć siłę tnącą tylko w jednym przekroju przywęzłowym.

Zauważmy, że w przedziale A2 siła tnąca zmienia znak. Należy wyznaczyć współrzędną przekroju, w którym siła tnąca zeruje się. W tym przekroju moment gnący osiąga ekstremum. Siły normalne wyznaczamy z równań równowagi dla węzłów 1 i 2.



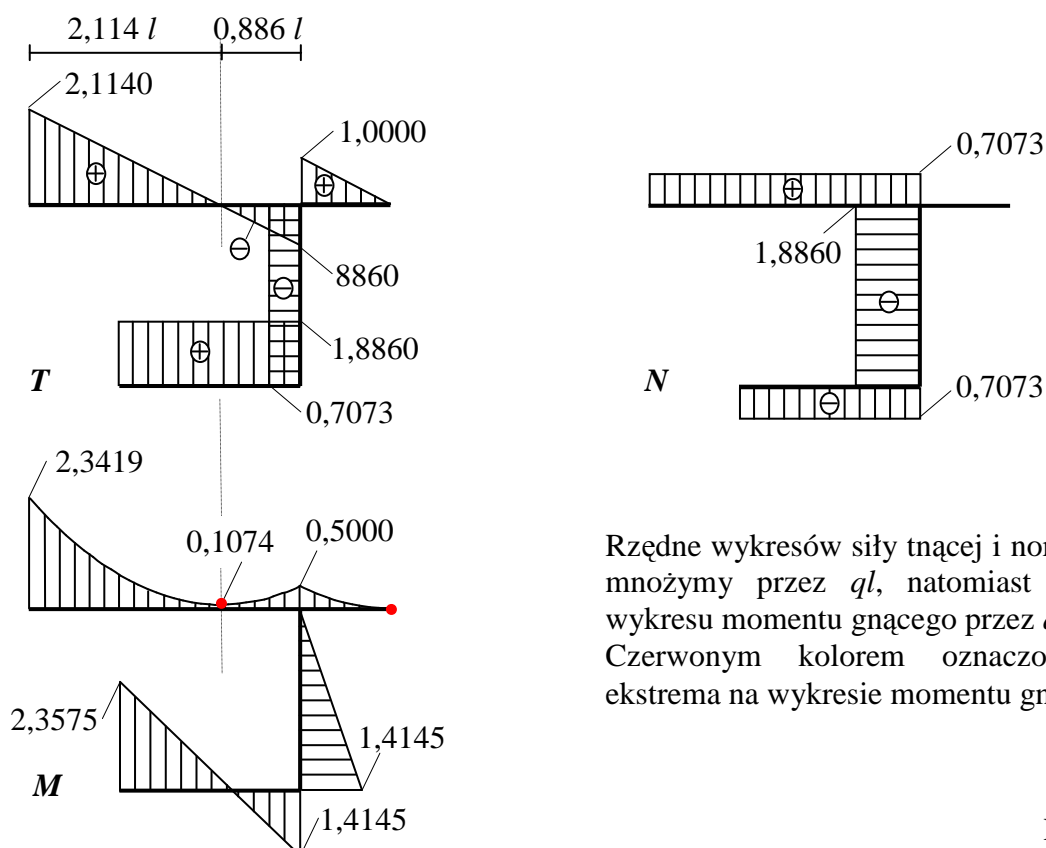
Rys. 12

$$\sum_i P_{iy1} = 0: T_{1B} + N_{12} = 0 \Rightarrow N_{12} = -T_{1B} \Rightarrow N_{12} = -1,8860 ql$$

$$\sum_i P_{ix1} = 0: T_{12} - N_{1B} = 0 \Rightarrow N_{1B} = T_{12} \Rightarrow N_{1B} = -0,7073 ql$$

$$\sum_i P_{ix2} = 0: -T_{21} - N_{2A} = 0 \Rightarrow N_{2A} = -T_{12} \Rightarrow N_{2A} = -(-0,7073 ql) = 0,7073 ql$$

Wykresy sił przekrojowych



Rzędne wykresów siły tnącej i normalnej mnożymy przez ql , natomiast rzędne wykresu momentu gnącego przez ql^2 . Czerwonym kolorem oznaczone są ekstrema na wykresie momentu gnącego.

Rys. 13